

09.10.17-016 Stærðfræði N

Í prófinu eru tíu dæmi sem öll vega jafnt.

Öll skrifleg hjálpargögn eru leyfð. Leyfilegt er að nota reiknivélar.

Skilið úrlausnum hreinrituðum í prófbókina. Ef taka á tillit til útreikninga á rissblöðum þarf að merkja slík blöð sérstaklega. Rökstyðja þarf allar fullyrðingar. Að sjálfsgöðu megið þið nota þekktar setningar, en það þarf að koma greinilega fram hvaða niðurstöður þið eruð að nota. Órökstudd svör gefa engin stig.

Dæmi 1.

(a) Vísitala neysliverðs í desember í ár er 0,5% hærrí en vísitalan fyrir nóvember mánuð. Ef vísitalan hækkar um sömu prósentu næstu 11 mánuðarmót, hver verður þá hækkun vísitölunnar á einu ári? **Svar:** $(1,005)^{12} \approx 6,17\%$

(b) Fimm tölur hafa meðalgildið 6. Fjórar talnanna eru 1, 2, 3, 4. Hver er fimmta talan? **Svar:** 20

Dæmi 2.

1500 sex ára börn eru spurð tveggja spurninga:

“Er Sykursullkorn besta morgunkornið?”

“Er Súkkulaðisullkorn besta morgunkornið?”

Öll börnin svara báðum spurningunum og segja nákvæmlega það sem þeim finnst. 576 börn svara báðum spurningunum neitandi, 563 svara fyrri spruningunni játandi og 603 svara þeirri seinni játandi. Hvað svöruðu mörg börn báðum spurningunum játandi? **Svar:** 242 börn

Dæmi 3.

Grasblettur við miðbaug fær 40% meiri sólarorku en jafnstór blettur á norðurhveli jarðar. Hversu norðarlega (talið í gráðum frá miðbaug) liggur nyrðri grasbletturinn? **Svar:** 44,42°

Dæmi 4.

C^{14} er geislavirk samsæta af kolefni. Helmingunartíminn er 5730 ár.

(a) Ef byrjað er með 20 g af C^{14} , hvað líður þá langur tími þangað til bara 10 g af C^{14} eru eftir? **Svar:** 5730 ár

(b) Ef byrjað er með 20 g af C^{14} , hvað líður þá langur tími þangað til 2,5 g eru eftir? **Svar:** 17190 ár

Dæmi 5.

Vitað er að $y = aq^x$ en tölurnar a og q eru ekki þekktar. Einnig er vitað að punktarnir $(0, 2)$ og $(2.5, 16.22)$ liggja á grafinu $y = aq^x$. Finnið tölurnar a og q . **Svar:** $a = 2$ og $q = 2,31$

Dæmi 6.

Látum v tákna hraða fugls miðað við loftið. Látum W tákna þyngd fuglsins og ρ þéttleika loftsins. Eftirfarandi formúla hefur fundist fyrir affinu sem fugl þarf að viðhalda á flugi:

$$P = \frac{W^2}{2\rho S v} + \frac{1}{2}\rho A v^3.$$

Í formúlunni standa S og A fyrir fasta sem eru háðir stærð og lögun fuglsins. Finnið á hvaða hraða fuglinn þarf að nota minnst afl. **Svar:** $v = \sqrt[4]{\frac{W^2}{3\rho^2 AS}}$

Dæmi 7.

Reiknið:

$$\frac{d}{dx} \sin^2 x \quad \frac{d}{dx} (x2^x) \quad \int_0^3 e^{-2t} dt.$$

Svar: $2 \sin(x) \cos(x)$ $2^x + (\ln 2)x2^x$ $\frac{1}{2}(1 - e^{-6}) \approx 0,499$

Dæmi 8.

Rúmmál sívalningslaga tanks er gefið með formúlunni $V = \pi r^2 h$ þar sem r er geisli grunnflatar tanksins og h er hæð tanksins. Byggja á nýjan sívalningslaga tank með tvöfalt meira rúmmáli.

(a) Hver verður geisli grunnflatar nýja tanksins samanborið við geisla gamla tanksins ef hæð þess nýja er sú sama og hæð gamla tanksins? **Svar:** $\sqrt{2}$ sinum stærri

(b) Hver verður geisli grunnflatar nýja tanksins samanborið við geisla gamla tanksins ef bæði hæðin og geislinn stækka hlutfallslega jafnmikið? **Svar:** $\sqrt[3]{2}$ sinum stærri

Dæmi 9.

Leysið diffurjöfnuna

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{100}N^2$$

með $N(0) = 10$.

Svar: $N = \frac{1}{\frac{1}{10} - \frac{1}{100}t}$

Dæmi 10.

Skilgreinum tvo viga $a = (1, 1, 1, 0)$ og $b = (0, 1, 1, 2)$ í \mathbf{R}^4 .

(a) Reiknið vigrinn $a - 4b$. **Svar:** $(1, -3, -3, -8)$

(b) Reiknið lengdir vigranna a og b . **Svar:** $|a| = \sqrt{3}$ og $|b| = \sqrt{6}$

(c) Reiknið hornið á milli vigranna a og b . **Svar:** $61, 87^\circ$