

Háskóli Íslands, Raunvísindadeild
18. desember 1999 kl. 9-12

Stærðfræði N- próf

Öll hjálpargögn heimil. Skrifð nöfn ykkar á úrlausnina með prentstöfum. Ef taka á tillit til útreikninga á rissblöðum þarf að auðkenna slík rissblöð sérstaklega. Við mat á úrlausnum er tekið tillit til frágangs og framsetningar.

Í þessu prófi eru 10 dæmi. Einkunn verður reiknuð út frá þeim 8 dæmum sem best eru af hendi leyst.

Dæmi 1.

- Skrifð eina tölu milli 3,111 og 3,112
- Aflestur á hitamæli var 18° kl. 12:00 og 12° kl. 15:00. Hver verður aflesturinn kl. 17:00 ef gert er ráð fyrir að hitastigið sé línulegt fall af tíma á þessu tímabili?
- Jákvætt fall á bilinu $[0,7]$ hefur meðalgildið 3. Hvert er flatarmál svæðisins sem afmarkast af fallriti fallsins, x -ás og línunum $x = 0$ og $x = 7$?

Dæmi 2. Áburðartegund A inniheldur 10% köfnunarefni og 5% fosfat en áburðartegund B inniheldur 5% köfnunarefni og 10% fosfat. Garðyrkjumaður ætlar að bera a.m.k. 5 kg af köfnunarefni og 4 kg af fosfati á garð sinn og nota til þess x kg af tegund A og y kg af tegund B. Sýnið á skýringarmynd þau gildi á x og y sem til greina koma.

Dæmi 3.

- Hver er munurinn á veldisvexti og veldisvísisvexti?
- Íbúafjöldi tiltekinnar borgar tvöfaldast á 20 árum. Fyrstu 10 árin vex fjöldinn um fasta prósentu á ári, en eftir það er vöxturinn 3% á ári. Hver var vöxturinn fyrstu 10 árin?

Dæmi 4. Sírenur seiða til sín sjómenn með söng sínum. Eftirfarandi niðurstöður fengust úr mælingum. Söngstyrkur er táknaður með x en fjöldi sjómanna sem sírenurnar seiða til sín með N .

x -gildin (athugið að fyrsta gildið er “núll komma tveir”):

0.2, 2, 20, 200

og tilsvareandi N -gildi:

6, 14, 22, 40

Lesið línulegt samband $\log N$ og $\log x$ af teikningu og gefið síðan N sem fall af x .

Dæmi 5. Fuglafræðingur skýtur fugl. Þegar fuglinn skellur á jörðina er hraði hans 40 m/sek. Í hvaða hæð var fuglinn þegar hann varð fyrir skoti? Hve lengi var hann að falla til jarðar?

Dæmi 6.

a) Hvað eru beygjuskil?

b) Um samfellt fall f á bilinu $[-1, 1]$ er gefnar eftirfarandi upplýsingar: $f'(x) > 0$ ef $-1 < x < -1/2$, $f''(-1/4) = 0$, $f'(x) \leq 0$ ef $-1/2 < x < 1$ og $f'(1/3) = 0$. Sýnið á mynd mögulegt fallrit f .

Dæmi 7. Látum $f(x)$ tákna fjölda Íslendinga, reiknaðan í þúsundum, sem pantar sólarlandaferð þegar verðið er x þúsund krónur. Hvað merkir það að $f'(30) = -0,5$?

Dæmi 8. Sigmaður sem vegur 80 kg er hífður 50 metra upp á bjargbrún. Hve mikla vinnu þarf til verksins ef reipið sem notast er við vegur 1/2 kg metrinn?

Dæmi 9. Í tanki eru 100 l af saltupplausn af styrk 1 g/l. Í tankinn renna 2 l/sek af saltupplausn af styrk 2 g/l og jafn margir lítrar renna úr tankinum. Hver er styrkur upplausnar í tankinum eftir 50 sekúndur? Hver þarf styrkur innrennslis að vera til að styrkur upplausnar í tankinum verði 5 g/l eftir 50 sekúndur?

Dæmi 10.

a) Lát A vera 2×2 fylkið með stökunum $a_{11} = 1$, $a_{21} = 0$, $a_{12} = 2$ og $a_{22} = 1$. Skrifðu A upp og reiknið A^5 .

b) Gefnir eru vektorarnir $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ og $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Ákvarðið x og y þannig að vektorarnir séu hornréttir hvor á annan og $|\mathbf{b}| = 1$.