

Háskóli Íslands, Raunvísindadeild
25. ágúst 2000 kl. 14-17

Stærðfræði N- próf

Öll hjálpargögn heimil. Skrifð nöfn ykkar á úrlausnina með prentstöfum. Ef taka á tillit til útreikninga á rissblöðum þarf að auðkenna slík rissblöð sérstaklega. Við mat á úrlausnum er tekið tillit til frágangs og framsetningar.

Í þessu prófi eru 10 dæmi. Einkunn verður reiknuð út frá þeim 8 dæmum sem best eru af hendi leyst.

Dæmi 1.

- Skrifið eina tölu milli 4,3001 og 4,30009
- Yfirborð kúlunnar K_1 er 17% stærra en yfirborð kúlunnar K_2 . Hve mörgum prósentum minni er radíus kúlunnar K_2 en radíus kúlunnar K_1 ?

Dæmi 2.

Íbúafjöldi lands tvöfaldast á 10 árum en dregst síðan saman um fasta prósentu árlega næstu 10 árin þannig að í lok þeirra er íbúafjöldinn sá sami og 20 árum áður. Hver var hin fasta árlega minnkun?

Dæmi 3.

Hrafn stelur tveim hringjum en missir báða úr goggi sínum á flugi. Sá fyrri var 2 sekúndur að falla til jarðar, en sá seinni kom til jarðar á fjórfalt meiri hraða en sá fyrri. Hve langan tíma tók það hinn seinni að falla til jarðar?

Dæmi 4.

Látum $f(x)$ tákna fjölda þeirra Reykvíkinga reiknaðan í þúsundum, sem aka austur á land þegar rignt hefur x daga samfleytt suðvestanlands. Hvað merkir það að $f'(7) = 1$?

Dæmi 5. Í stöðuvatni eru eiturefni af styrk $10^{-6}g/l$. Í vatnið renna ár og er styrkur eiturefna í þeim $10^{-9}g/l$. Útrennsli er sama og innrennsli. Að 10 árum liðnum hefur magn eiturefna í vatninu minnkað um helming. Hvert er árlegt innrennsli miðað við heildarvatnsmagn í stöðuvatninu?

Dæmi 6.

- Lát A vera 2×2 fylkið þar sem $a_{11} = 1$, $a_{21} = 2$ og $a_{12} = a_{22} = 0$. Reiknið A^{10} .
- Ákvarðið vektora \mathbf{a} , \mathbf{b} , þar sem hvorugur er núllvektorinn, þannig að $A\mathbf{a} = \mathbf{0}$ og $A\mathbf{b} = \mathbf{b}$.

Dæmi 7.

Um fall f á bili I er vitað að f er tvídifffranlegt, að f hefur tvenn beygju-skil, bæði vinstra megin við miðpunkt bilsins, að f hefur hágildi í miðpunkti og að f hefur lággildi í endapunktum. Teiknið fallrit slíks falls f .

Dæmi 8.

Um stærð N sem er háð annarri stærð x er vitað að línulegt samband er milli $\log N$ og x^2 . Hvert er sambandið milli N og x ?

Dæmi 9.

Sigmaður sem vegur 100 kg er hífður 100 m upp á bjargbrún. Á miðri leið bætir hann á sig 25 kg af eggjum. Reipið vegur 1 kg metrinn og sigmaðurinn notar 2 m til að binda um sig. Hve mikla vinnu þarf til verksins?

Dæmi 10.

Stærð N er mæld á lógaritmaskala sem er þannig gerður að 30 földun á N gefur hækkun um 1 á skalanum. Nú eru fengnir tveir aflestrar á skalanum, 5,7 og 6,2. Hve mörgum sinnum stærra var seinna gildið á N en það fyrra?