

LÍNULEG ALGEBRA OG RÚMFRÆÐI

BLAÐ 15

Vikan 4.12.2005 – 10.12.2005

Fyrirlestrar:

	<i>Efni</i>	<i>Lesefni</i>
Priðjudagur 29.11.2005	Rófsetningin.	6.4.
Föstudagur 2.12.2005	Meira um rófsetninguna.	6.4.
Priðjudagur 6.12.2005	Reiknað í gegnum haustpróf 2005.	

Engin skiladæmi! Engir stoðtímar vikuna 4.12.2005 – 10.12.2005.

PRÓFIÐ

Efni til prófs:

Efni fyrirlestra og dæmablaða er allt til prófs. Efni úr bók:

<i>Kafl.</i>	<i>Efnisgreinar</i>
Kafl 1	Allar efnisgreinar.
Kafl 2	Allar efnisgreinar.
Kafl 3	Allar efnisgreinar, nema grein 5.
Kafl 4	Allar efnisgreinar.
Kafl 5	Allar efnisgreinar.
Kafl 6	Allar efnisgreinar.

Próf:

Prófið er fimmtudaginn 15. desember 2005, klukkan 13³⁰–16³⁰.

Ég mun mæta tvisvar á prófstað til að svara spurningum, í fyrra skiptið um einum tíma eftir að próf hefst og síðan um einum tíma áður en prófi líkur.

Engin skrifleg hjálpargögn eru heimil. Ekki er heimilt að hafa með sér vasareikni.

Í prófinu verða 10 dæmi sem öll hafa sama vægi. Einkunnin byggir á öllum 10 dæmunum (**ekkert val**). Dæmunum á prófinu verður ekki raðað eftir þyngd, heldur verður þeim raðað í nokkurn vegin sömu röð og hugtökin í dæmunum komu fyrir í námsefninu. Dæmin verða í sama dúr og skiladæmin. Ég stefni að því að prófið verði svipað að þyngd og umfangi og próf síðustu ára. Ensk þýðing á prófinu mun fylgja.

Kappkostið að gera skýra grein fyrir niðurstöðum ykkar. Nota má niðurstöður úr námskeiðinu án þess að sanna þær, en reynið að segja til um hvaða niðurstöður þið eruð að nota í hvert skipti. Rökstyðja þarf allar fullyrðingar. Ekkert er gefið fyrir órökstudd svör.

Fyrirspurnir:

Ef það er eitthvað sem þið viljið spyrja um eða ræða, þá verð ég til viðtals á eftirtöldum tímum:

- Föstudaginn 9. desember klukkan 13³⁰ til 15⁰⁰.
- Mánudaginn 12. desember klukkan 10⁰⁰ til 11⁰⁰.
- Priðjudaginn 13. desember klukkan 14⁰⁰ til 16⁰⁰.
- Miðvikudaginn 14. desember klukkan 11¹⁵ til 12⁰⁰ og 14⁰⁰ til 16⁰⁰.

Skrifstofa mín er í húsi Raunvísindastofnunar (húsið á bak við Háskólabíó), gengið er inn um dyr að vestanverðu. Einnig getið þið sent fyrirspurnir í tölvupósti, póstfangið er roggi@raunvis.hi.is. Síminn hjá mér er 525 4804.

Línuleg algebra og rúmfræði

Haustpróf 2005

Dæmi 1: (i) Finnið allar lausnir jöfnuhneppisins

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 &= 0 \\ 2x_1 + 4x_2 &= 0.\end{aligned}$$

(ii) Nú er gefið að jöfnuhneppið

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 &= b_1 \\ 2x_1 + 4x_2 &= b_2\end{aligned}$$

hefur lausnina $(x_1, x_2) = (1, 2)$. Reiknið b_1 og b_2 . Finnið allar lausnir jöfnuhneppisins.

Dæmi 2: Reiknið stétt (e. rank) og núllvídd (e. nullity) fylkisins

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -9 & -9 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Er fylkið andhverfanlegt? (Rökstyðjið.)

Dæmi 3: (Óskildir liðir.)

(i) Plan liggur um punktinn $(1, 2, 3)$ og hefur þvervigur $(1, 1, 2)$. Finnið jöfnu plansins.

(ii) Finnið skurðpunkt línunnar sem hefur vigurjöfnu $\mathbf{x} = (1, 2, 3) + t(1, 1, 2)$ og plansins sem hefur jöfnu $3x_1 + x_2 - x_3 = 4$.

Dæmi 4: Er vigurinn $\mathbf{b} = (1, 1, 4)$ í dálkrúmi eftirfarandi fylkis?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -4 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Er hann í línurúmi þess?

Dæmi 5: Látum \mathbf{a} og \mathbf{b} vera tvo gefna vigra í \mathbf{R}^3 . Skilgreinum vörpun $T : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ þannig að $T(\mathbf{x}) = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{x})$. Sýnið að vörpunin T er línuleg.

Dæmi 6: Finnið fylki ofanvarps á hlutrúmið $V = \text{Span}((1, 1, 1, 1), (0, 1, 0, 1))$ í \mathbf{R}^4 .

Dæmi 7: Línuleg vörpun $T : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ er gefin með formúlunni

$$T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 2x_3, x_1 + 3x_2, x_1).$$

(i) Finnið venjulega fylkið fyrir T .

(ii) Finnið fylki T miðað við grunninn $\mathcal{B} = \{(0, -1, 1), (1, -2, 1), (1, 1, -1)\}$.

Dæmi 8: Finnið eigingildi og eiginvigra fylkisins

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Dæmi 9: Finnið hornalínugerð ferningsformsins $3x_1^2 + 4x_1x_2$ og segið til um hvern gerðar keilusniðið $3x_1^2 + 4x_1x_2 = 1$ er.

Dæmi 10: Gutti hefur glímt við fylkið

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

síðustu vikurnar. Niðurstöður hans eru

- (a) Fylkið er ofanvarpsfylki.
- (b) Vigurinn $(0, 1, 1)$ er eiginvigur A .
- (c) Talan $\lambda = 2$ er eigingildi A .

Hverjar af niðurstöðum Gutta eru réttar? Rökstyðjið svörin.