Línuleg algebra og rúmfræði
blað 14

Vikan 27.11.2005 – 2.12.2005

Fyrirlestrar:

	Efni	*Lesefni*
Þriðjudagur 22.11.2005	Hornalínugeranleiki.	6.2.
Föstudagur 25.11.2005	Hagnýtingar hornalínugeranleika.	6.3.
Þriðjudagur 29.11.2005	Rófsetningin.	6.4.
Föstudagur 2.12.2005	Meira um rófsetninguna.	6.4.

Dæmi 61: (Maple æfingar.) **(a)** Notið Maple til að ákvarða hvort eftirfarandi fylki er hornalínugeranlegt eða ekki.

$$A = \begin{bmatrix} -253 & -232 & -96 & 1088 & 280 \\ 213 & 204 & 93 & -879 & -225 \\ -90 & -90 & -47 & 360 & 90 \\ -38 & -36 & -18 & 162 & 40 \\ 62 & 64 & 42 & -251 & -57 \end{bmatrix}.$$

(b) Leysið dæmi 4.1.8.

(c) Drykkjumaðurinn sem fjallað er um á 25. fyrirlestrar blaði í grein 25.6(ii) færir sig á milli bara B_1, B_2, B_3, B_4 samkvæmt eftirfarandi fylki

$$A := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}.$$

Svarið eftirfarandi spurningum:

(i) Er fylkið reglulegt?

(ii) Hverjar eru líkurnar á að okkar maður fái sér sjúss númer 2 á bar B_3 ef hann fékk sér fyrsta sjússinn á bar B_1?

(iii) Hverjar eru líkurnar á að okkar maður fái sér sjúss númer 10 á bar B_3 ef hann fékk sér fyrsta sjússinn á bar B_1?

(iv) Okkar maður byrjar á bar B_1. Segið til um líkurnar á hvar okkar maður fær sér 10 sjússinn.

(v) Okkar maður getur ekki gert upp við sig hvar á að byrja, svo hann lætur hendingu ráða og jafnar líkur á því á hvaða bar hann byrjar. Segið til um líkurnar á hvar okkar maður fær sér 10 sjússinn.

(vi) Endurtakið **(iv)** og **(v)** fyrir 100 sjússinn. Munar miklu á svörunum sem þið fenguð fyrir 10 og 100 sjússinn.

(vii) Segið til um líkur á staðsetningu mannsins þegar sjússafjöldinn stefnir á óendanlegt.

Dæmi 62: Látum A vera 3×3 fylki. Þekkt er að A hefur eigingildi $\lambda_1 = 1$ og $\mathbf{v}_1 = [1, 2, 3]$ er tilheyrandi eiginvigur, eigingildi $\lambda_2 = 2$ og $\mathbf{v}_2 = [0, 2, 3]$ er eiginvigur, og að lokum er $\lambda_3 = 3$ eigingildi og $\mathbf{v}_3 = [0, 0, 1]$ er eiginvigur.

(a) Hver er ákveða fylkisins A?

(b) Hver er kennimargliða fylkisins A?

(c) Reiknið fylkið A. (Athugið að liði **(a)** og **(b)** er einfaldast að leysa án þess að finna fylkið A fyrst og liður **(c)** er óháður **(a)** og **(b)**.)

Dæmi 63: Sannið eftirfarandi fullyrðingar;

(a) Látum A vera $n \times n$ hornalínugeranlegt fylki þannig að einu eigingildi A eru -1 og 1. Sýnið að þá er $A^{-1} = A$.

(b) Ef A, B og P eru allt $n \times n$ fylki þannig að P er andhverfanlegt og $P^{-1}AP$ og $P^{-1}BP$ eru bæði hornalínufylki. Sýnið að þá er $AB = BA$.

(c) Finnið dæmi um hornalínugeranleg 2×2 fylki A og B þannig að $A + B$ er ekki hornalínugeranlegt.

Dæmi 64: Látum
$$A = \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$
Finnið almenna formúlu fyrir A^n þar sem n er jákvæð heiltala.

Dæmi fyrir dæmatíma 2.12.2005:

Númer 1.2.3 vísar til dæmis númer 3 í dæmakaflanum á eftir grein 1.2 í bókinni.

Dæmi með undirstrikuðum númerum verða fyrst tekin fyrir í dæmatímum.

<u>Dæmi 61</u>, <u>Dæmi 62</u>, <u>6.1.5</u>, 6.1.12, <u>6.1.15</u>, 6.2.1mno, <u>6.2.4</u>, 6.2.5, <u>6.2.6</u>, <u>6.2.10</u>, <u>6.2.11</u>, <u>6.2.12</u>, <u>6.3.1</u>, <u>6.3.3</u>, <u>6.3.5</u>, 6.3.8, <u>6.3.13</u>, <u>6.3.14</u>. .

Skiladæmi mánudaginn 28.11.2005:

Skilið eftirfarandi dæmum: 6.2.1k, 6.3.9, Dæmi 63, Dæmi 64.

Vandið frágang og kappkostið að lausnir ykkar séu skýrar og læsilegar. Merkið úrlausnir með nafni ykkar og númeri stoðhóps.

Dæmum á að skila í hólf merkt viðkomandi umsjónarmanni stoðhóps fyrir klukkan 12 á hádegi. Hólfin eru í anddyri VRII.