Línuleg algebra og rúmfræði
blað 13

Vikan 20.11.2005 – 26.11.2005

Fyrirlestrar:

	Efni	*Lesefni*
Þriðjudagur 15.11.2005	Eiginvigrar.	6.1.
Föstudagur 18.11.2005	Kynning á Maple tölvuforritinu.	
Þriðjudagur 22.11.2005	Hornalínugeranleiki.	6.2.
Föstudagur 25.11.2005	Hagnýtingar hornalínugeranleika.	6.3.
Þriðjudagur 29.11.2005	Rófsetningin.	6.4.
Föstudagur 2.12.2005	Meira um rófsetninguna.	6.4.

Dæmi 57: **(a)** (Úr prófi í ágúst 2003.) Línuleg vörpun $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ hefur fylkið

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Látum K vera kassann í $\mathbf{R}^3$ sem gefinn er með ójöfnunum

$$-1 \le x \le 2, \qquad 0 \le y \le 5, \qquad 1 \le z \le 2.$$

Finnið rúmmál myndar K undir T.

(b) Látum nú K vera kassa í $\mathbf{R}^3$ sem hefur $(0,0,0)$ sem hornpunkt og vigrana $(0,1,1), (0,1,0), (3,1,1)$ sem brúnavigra út frá $(0,0,0)$. Hvert er rúmmál K?

Dæmi 58: Látum $\mathcal{C}^\infty$ tákna vigurrúm allra óendanlega oft diffranlegra falla sem skilgreind eru á rauntalnaásnum. Skilgreinum vörpun $T : \mathcal{C}^\infty \to \mathcal{C}^\infty$ þannig að ef $f \in \mathcal{C}^\infty$ þá er $T(f) = f^{(4)}$ ($T(f)$ er fjórða afleiða f).

Gerið grein fyrir að föllin $e^{ax}, e^{-ax}, \sin(ax), \cos(ax)$ eru eiginföll T og segið til um hver eigingildin eru.

Dæmi 59: Gerið grein fyrir því hvað er hægt að fullyrða um $\det A$ ef:
(a) $A^2 = A$.
(b) A er $n \times n$ fylki þanng að $A^2 = cA$ þar sem c er tala.
(c) A er $n \times n$ og $A^2 + I = O$.

Dæmi 60: Skoðum fylkin

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{og } A_2 = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

Seg ið til um hverjir eftirfarandi vigra eru eiginvigrar A_1 og hverjir eru eiginvigrar A_2 og getið jafnframt um hver eigingildin eru í hverju tilviki.

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_5 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad .$$

Dæmi fyrir dæmatíma 25.11.2005:

Númer 1.2.3 vísar til dæmis númer 3 í dæmakaflanum á eftir grein 1.2 í bókinni.

Dæmi með undirstrikuðum númerum verða fyrst tekin fyrir í dæmatímum.

Dæmi 57, Dæmi 58, 5.2.10a, 5.2.10bcd, 5.3.12, 6.1.1ehi, 6.1.6, 6.1.7, 6.1.8, 6.1.9, 6.1.10b, 6.1.11, 6.1.13, 6.1.16a, 6.2.1a, 6.2.1fgj, 6.2.2ab 6.2.3. .

Skiladæmi mánudaginn 21.11.2005:

Skilið eftirfarandi dæmum: 6.1.1k, 6.1.10a, Dæmi 59, Dæmi 60.

Vandið frágang og kappkostið að lausnir ykkar séu skýrar og læsilegar. Merkið úrlausnir með nafni ykkar og númeri stoðhóps.

Dæmum á að skila í hólf merkt viðkomandi umsjónarmanni stoðhóps fyrir klukkan 12 á hádegi. Hólfin eru í anddyri VRII.

13. nóvember 2005 Rögnvaldur G. Möller